ESCOLA DR. ALFREDO JOSÉ BALBI

UNITAU

APOSTILA

TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

PROF. CARLINHOS

NOME: **N^{O}:**

A palavra **Trigonometria** é formada por três radicais gregos: tri (três), gonos (ângulos) e metron (medir). Daí vem seu significado mais amplo: medida dos triângulos.Dizemos então que a trigonometria é parte da Matemática cujo o objetivo é o calculo das medidas dos elementos do triângulo (lados e ângulos).

Inicialmente considerada como uma extensão da Geometria, a Trigonometria já era estuda pelos babilônios, que a utilizavam para resolver problemas práticos de Astronomia, de navegação e de agrimensura.

Aliás, foram os astrônomos que estabeleceram os fundamentos da Trigonometria, pois sabe-se que o famoso astrônomo grego Hiparco (190 a.C. - 125 a.C.) foi quem empregou pela primeira vez relações entre os lados e os ângulos de um triângulo retângulo. Hiparco, considerado o pai da Astronomia, é também considerado o iniciador da Trigonometria.

No século VIII, importantes trabalhos hindus foram traduzidos para árabe, contribuindo para as notáveis descobertas feitas pelos matemáticos árabes sobre a Trigonometria.

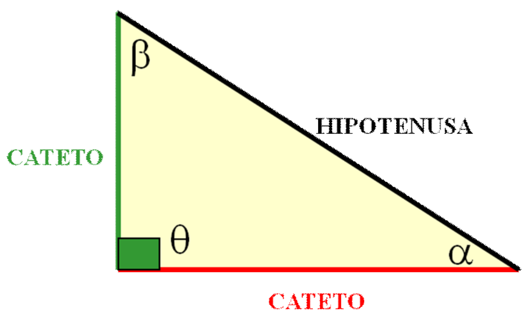
No século XV, foi construída a primeira tábua Trigonométrica por um matemático alemão, nascido na Baviera, chamado Purback.

Porém o primeiro trabalho sistemático sobre a Trigonometria foi o Tratado dos Triângulos, escritos pelo matemático alemão Johann Muller, também chamado Regiomontanus. Sabe-se que Regiomontanus foi discípulo de Purback.

Atualmente, a Trigonometria não se limita apenas a estudar os triângulos. Sua aplicação se estende a outros campos da Matemática, como a Análise, e a outros campos da atividade humana como a Eletricidade, a Mecânica, a Acústica, a Música, a Topografia, a Engenharia Civil etc

TRIÂNGULO RETÂNGULO

Chamamos de **triângulo retângulo** o que tem um ângulo igual à 90 graus (ângulo reto). Num triângulo retângulo, os dois lados que formam o ângulo reto são chamados de **"Catetos"** e o lado em frente ao ângulo reto é a **"Hipotenusa".**



$\theta = 90°$(reto)

α e β, ângulos agudos

$\alpha+\beta=90°$(complementares)

TEOREMA DE PITÁGORAS

$(\text{hipotenusa})^2 = (\text{cateto})^2 + (\text{cateto})^2$

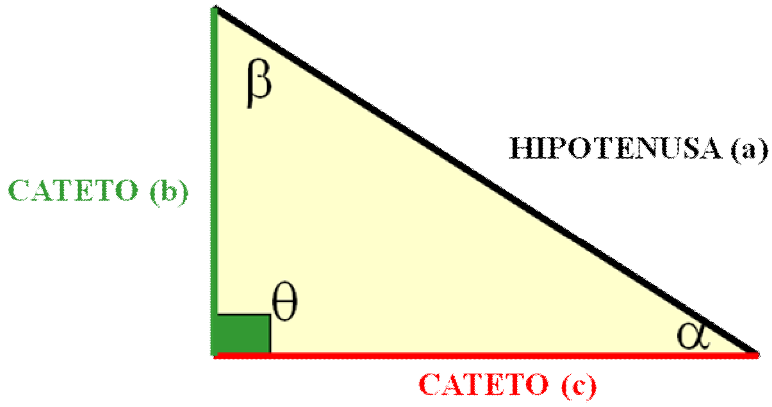
RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

São as relações que existem entre os lados e os ângulos de um triângulo retângulo.

SENO: Num triângulo retângulo, o *seno* de um ângulo agudo é dado pelo quociente (razão) entre o cateto oposto a esse ângulo e a hipotenusa.

COSSENO: Num triângulo retângulo, o co-*seno* de um ângulo agudo é dado pelo quociente (razão) entre o cateto adjacente a esse ângulo e a hipotenusa.

TANGENTE: Num triângulo retângulo, a tangente de um ângulo agudo é dado pelo quociente (razão) entre o cateto oposto e o cateto adjacente a esse ângulo. Podemos também dividir o valor do seno ângulo pelo valor do co-seno do mesmo ângulo.



$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{sen } \beta = \frac{\text{cateto oposto a } \beta}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\cos \beta = \frac{\text{cateto adjacente a } \beta}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{cateto adjacente a } \alpha} = \frac{b}{c}$$

$$\text{tg } \beta = \frac{\text{cateto oposto a } \beta}{\text{cateto adjacente a } \beta} = \frac{c}{b}$$

OBS:

1) $\text{sen } \alpha = \cos \beta$, $\cos \alpha = \text{sen } \beta$

2) $tg\ \alpha = \dfrac{1}{tg\ \beta}$

3) $\text{tg } \alpha = \dfrac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} = \dfrac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \dfrac{b}{c}$ $\quad \text{tg } \beta = \dfrac{\text{sen } \beta}{\cos \beta} = \dfrac{\frac{c}{a}}{\frac{b}{a}} = \dfrac{c}{b}$

EXEMPLOS

1) A partir de um quadrado de lado L, calcule o seno, o cosseno e a tangente de 45º.

2) A partir de um triângulo eqüilátero de lado L, calcule o seno, o cosseno e tangente de 30º e 60º.

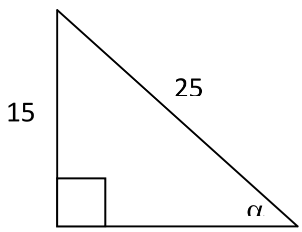
3) Sendo α um ângulo agudo de um triângulo retângulo, demonstre que $sen^2\alpha+cos^2\alpha=1$.

4) Sendo α, um ângulo agudo de um triângulo retângulo, e tg α = 4/3. Calcule sen α e cos α .

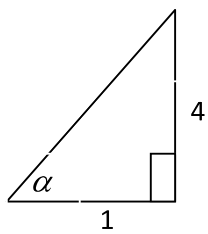
5) Uma pessoa de 1,80 de altura avista o ponto mais alto de uma árvore sob um ângulo de 20º com a horizontal. Calcule a altura da árvore.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO DA APRENDIZAGEM

1) Calcule o seno, o co-seno e a tangente dos ângulos indicados nas figuras:



b)

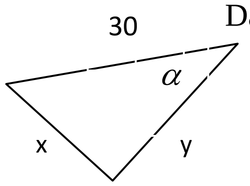


resp: sen α =3/5 cos α = 4/5 tgα=3/4

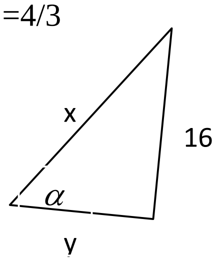
resp: sen α = $\frac{4\sqrt{17}}{17}$ cos α = $\frac{\sqrt{17}}{17}$ tgα= 4

2) Calcule x e y nas figuras:

a) Dado: sen α =3/5



b) Dado: tg α =4/3



resp: x= 18 e y= 24

resp: x= 20 e y=12

3) Um garoto empina uma pipa com um fio esticado de 50m. Sabendo que o ângulo entre o fio e solo é de 30º, calcule a altura que está a pipa? resp: 25m

4) Do alto da torre de uma plataforma de petróleo marítima , de 45m de altura, o ângulo de depressão em relação a proa de um barco é de 60º. A que distância o barco está da plataforma? resp: $15\sqrt{3}$ m ou 25,95m

5)Um barco atravessa um rio e segue numa direção que forma com uma das margens um ângulo de 30º. Sabendo que a largura do rio é de 60m, Calcule a distância percorrida pelo barco para atravessar o rio ? resp: 120m

6) Do alto de uma torre de 50m de altura, localizada numa ilha, avista-se a praia sob um ângulo de 45º em relação a horizontal. Para transportar material da praia até a ilha, um barqueiro cobra R$0,20 por metro navegado. Quanto ele recebe em cada transporte até a praia? resp: R$10,00

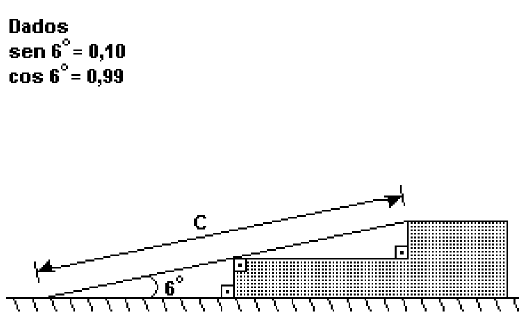
7) Um caminhão sobe uma rampa inclinada de 10º em relação ao plano horizontal. Se a rampa tem 30m de comprimento, a quantos metros o caminhão se eleva, verticalmente, após percorrer
toda a rampa? resp: 5,10m dados: sen 10º=0,17 cos 10º = 0,98 tg 10º = 0,18

8) Um projétil é lançado segundo uma trajetória de 60º com a horizontal com uma velocidade de 90m/s. Determine:
a) a sua velocidade horizontal; resp: 45m/s
b) a sua velocidade vertical; resp: $45\sqrt{3}$ m/s
c) após 3s a altura atingida pelo projétil . resp: $135\sqrt{3}$ m/s

9) Sendo α um ângulo agudo de um triângulo retângulo e cos α = 5/13. Calcule:
a) sen α resp: 12/13 b) tg α resp: 12/5

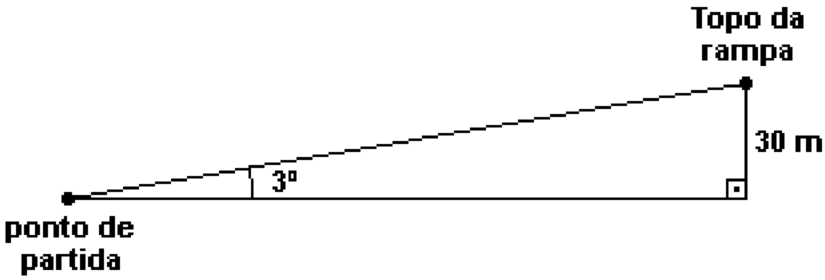
10) Sendo α um ângulo agudo de um triângulo retângulo e tg α = 2/3. Calcule:
a) sen α resp: $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ b) cos α resp: $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

11) O acesso a um edifício é feito por uma escada de dois degraus, sendo que cada um tem 16 cm de altura. Para atender portadores de necessidades especiais, foi construída uma rampa.
Respeitando a legislação em vigor, a rampa deve formar, com o solo, um ângulo de 6°, conforme figura:



A medida c do comprimento da rampa é, em metros, igual a
a) 1,8. b) 2,0. c) 2,4. d) 2,9. e) 3,2.

12) (Unesp) Um ciclista sobe, em linha reta, uma rampa com inclinação de 3 graus a uma velocidade constante de 4 metros por segundo. A altura do topo da rampa em relação ao ponto de partida é 30 m.



Use a aproximação sen 3° = 0,05 e responda. O tempo, em minutos, que o ciclista levou para percorrer completamente a rampa é
a) 2,5. b) 7,5. c) 10. d) 15. e) 30.

Bibliografia:

Curso de Matemática – Volume Único

Autores: Bianchini&Paccola – Ed. Moderna

Matemática Fundamental - Volume Único

Autores: Giovanni/Bonjorno&Givanni Jr. – Ed. FTD

Contexto&Aplicações – Volume Único

Autor: Luiz Roberto Dante – Ed. Ática

APOSTILA ELABORADA PELO PROFESSOR: Luiz Carlos Souza Santos